

受験番号 _____

令和2年度 東京大学大学院工学系研究科
システム創成学専攻 / 原子力国際専攻 / 技術経営戦略学専攻
入学試験問題

「論理的思考能力を見るための数理的問題」

令和元年 8 月 26 日（月） 13:00～15:30

配布物

1. 本冊子（1冊）
2. 「論理的思考能力を見るための数理的問題」 解答用紙（1枚）
3. 2020年度 大学院入学試験問題 数学 問題冊子（1冊）
4. 2020年度 大学院入学試験問題 数学 解答用紙（2枚）

注意事項

- 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
- 上記配布物がすべて手元にあるか確認し、不足がある場合は申し出ること。
- 落丁、乱丁、印刷不鮮明があった場合には申し出ること。
- すべての配布物の指定された場所に受験番号を忘れず記入すること。
- すべての配布物は持ち帰らないこと。
- 配布物1（本冊子）の問題は、全6問のうち4問を選んで、配布物2の解答用紙に解答すること。解答用紙には道筋を含む解答を記入すること。選択した問題について、配布物2の解答用紙の指定された箇所に問題番号を記入すること。また、選択した問題番号に○をつけること。5問以上を選択することはできない。
- 配布物3（2020年度 大学院入学試験問題 数学）の問題は、全6問のうち2問を選んで、配布物4の解答用紙に解答すること。3問以上を選択することはできない。

第1問

関数 $f(x) = \frac{6ax^2 + 10ax + 1}{3x + 5}$ について、定数 a が $\frac{3}{128} \leq a \leq \frac{3}{50}$ の範囲にあるとき、区間 $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

草稿用白紙

第2問

以下の等式を満たす正の整数 a ならびに b を求めよ。なお、導出の過程を示すこと。

$$\frac{419}{999} = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}}}}}}}}$$

草稿用白紙

第3問

ある高度における大気圧は、その高度における水平面より上に存在する空気の重さをその水平面の面積で割ったものに等しい。海水面において、大気圧が 1.0 kgf/cm^2 * であり、付近の空気 1.0 l の重さは 1.0 gf であった。

高度による気温の変化を無視して空気の密度が高度の指数関数を使って表されるとしたとき、高度 10 km での大気圧は海水面での大気圧の何倍か、有効数字 2 桁で求めよ。必要であれば自然対数の底として 2.7 を用いよ。

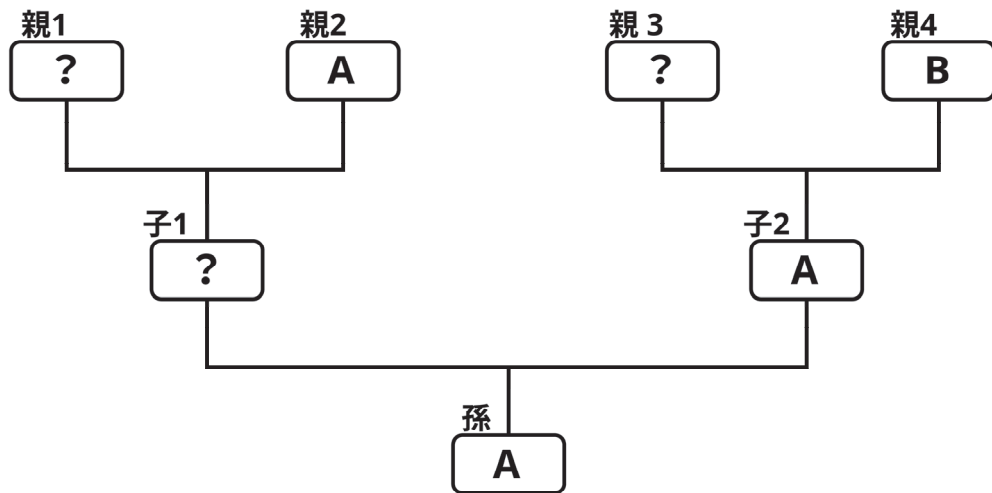
* $1 \text{ kgf} = 1000 \text{ gf} = 9.8 \text{ N}$

草稿用白紙

第4問

対立する2種類の遺伝子●と○があり、これらの遺伝子は人口集団全体において同じ割合で存在する。各人は1組の遺伝子型*として●●, ●○, ○○のいずれかを持っている。子供は両親からそれぞれ1つの遺伝子をランダムに受け取る。例えば、両親とも●○の遺伝子型を持つ場合、子供の遺伝子型の実現確率は、●●が1/4, ●○が1/2, ○○が1/4である。また、遺伝子型●●と●○は表現型**Aを発現し、遺伝子型○○は表現型Bを発現する。

下の図のように、三世代の表現型が部分的に分かっている場合、親1の遺伝子型が●●である確率を推定せよ。



* 遺伝子型：生物が持っている遺伝子の構成

** 表現型：遺伝子型に基づいて発現する、生物の形態や性質

草稿用白紙

第5問

以下の問に答えよ。

- (1) 2人でじゃんけん*をする。「あいこ」のときにはもう1回じゃんけんをすることとし、どちらかが勝つまで行う。このとき、 n 回目のじゃんけんでは勝者が決まる確率を求めよ。
- (2) 3人でじゃんけんをし、1人の勝者を決める。負けた人はその時点で脱落し、以降のじゃんけんには参加しない。「あいこ」のときにはもう1回じゃんけんをすることとする。このとき、 n 回目のじゃんけんでは1人の勝者が決まる確率を求めよ。

* じゃんけん

じゃんけんは3種類の手の形(グー, チョキ, パー)を使ったゲームである。プレイヤーは手の形を選択し、全員で同時に見せ合う。グーはチョキに勝ち、チョキはパーに勝ち、パーはグーに勝つ。見せ合った手の形が全員同じ場合や、見せ合った手の形が3種類とも含まれる場合は、勝者も敗者も決まらず「あいこ」となる。

2人でじゃんけんを1回行う場合、2通りの結果が起こり得る。すなわち、片方が他方に勝つか、「あいこ」になるか、となる。

3人でじゃんけんを1回行う場合、3通りの結果が起こり得る。すなわち、1人が残りの2人に勝つか、1人が残りの2人に負けるか、「あいこ」になるか、のいずれかとなる。

草稿用白紙

第 6 問

x - y 平面上において、原点を中心とする半径 1 の円を考える。以下の問に答えよ。

- (1) この円の周上の有理点 (x 座標と y 座標がともに有理数となる点) を 1 つ挙げよ。ただし、 $x > 0$ かつ $y > 0$ とする。
- (2) x 軸上の点 $P(-1, 0)$ と y 軸上の点 $T(0, t)$ (ただし、 $0 < t < 1$) を通る直線が、円周と交わる P 以外の点を Q とする。この点 Q の座標を t で表せ。
- (3) この円の周上には無数の有理点が存在する。その理由を説明せよ。

草稿用白紙

草稿用白紙

草稿用白紙

草稿用白紙

草稿用白紙

