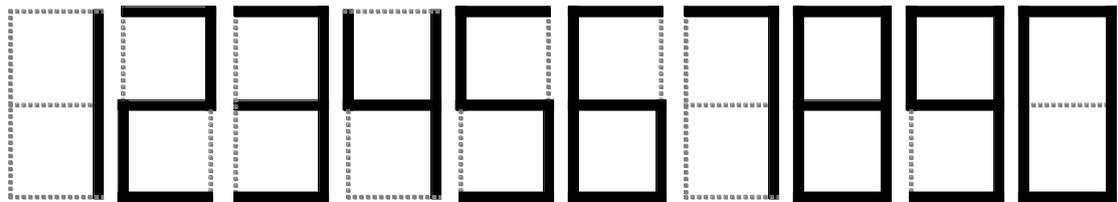


第1問

下図は掛け算の計算式で、数字をある電卓の表示で示したものである。ただし、電卓の表示機能が一部壊れており、数字の縦棒はすべて表示されるが横棒は何も表示されない。計算式を復元せよ。

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 11 \\ \hline 22 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline 22 \\ \hline 22 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 44 \\ \hline 44 \\ \hline \end{array}$$

なお、壊れる前の電卓の数字表示は以下のとおりである。



第2問

ある専攻の修士課程には 100 名の学生が在籍している。そのうち日本人学生は 70 名、留学生は 30 名である。また、100 名のうち男性は 60 名、留学生は男性より女性の方が多ことがわかっている。

- (1) 日本人学生の女性の人数がとりうる範囲を答えよ。
- (2) 100 名のうち 60 名の学生が講義 A を履修しており、そのうち少なくとも半数は女性であることがわかっている。講義 A の履修生のうち日本人学生の人数がとりうる範囲を答えよ。

第3問

次の行列 A の n 乗を求めよ。 n は正の整数とする。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

第4問

ある自然数を2で割れば1余り, 3で割れば2余り, 4で割れば3余り, 5で割れば4余るものとする。このような数のうち, 最小のものを求めよ。

第 5 問

次の関係がすべての正の整数 n に対して成立することを数学的帰納法を用いて証明せよ。

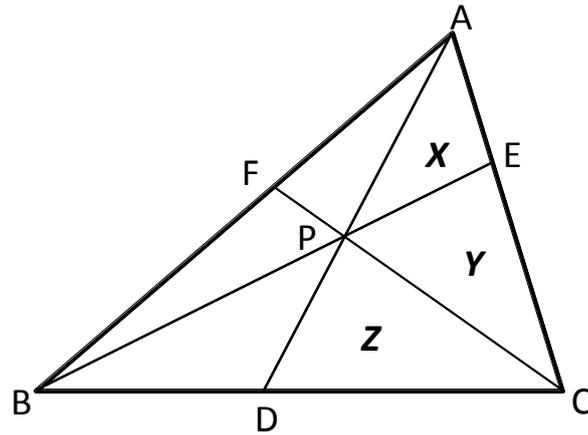
$$2^n < \frac{3^n}{n}$$

第 6 問

底面の円の半径が $\sqrt{3}$, 高さが **3** の円錐に内接する球がある。円錐の体積と球の体積の比を求めよ。

第7問

図に示すように、 $\triangle ABC$ の内部に1点 P をとり、 AP の延長と BC の交点を D とし、 BP の延長と CA の交点を E とし、 CP の延長と AB の交点を F とする。 $\triangle APE$ 、 $\triangle EPC$ 、 $\triangle CPD$ の面積を、それぞれ X 、 Y 、 Z とするとき、 $\triangle ABC$ の面積を X 、 Y 、 Z を用いて表せ。



第 8 問

次の関数を x で微分せよ。ただし、 x は正の実数とする。

$$f(x) = x^x$$

第9問

2つのベクトル $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ と $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ の両方に垂直で、大きさ3のベクトル \mathbf{c} を求めよ。ここで \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} はそれぞれ x , y , z 軸方向の単位ベクトルである。

第 10 問

次のように 4 桁の整数 ADCF と GBHD を足して 5 桁の整数 ABCDE になる足し算が成り立つ。足し算の答えである ABCDE を求めよ。ただし、各アルファベットは 0 から 9 までの異なる整数を表している。

$$\begin{array}{rcccc} & & \mathbf{A} & \mathbf{D} & \mathbf{C} & \mathbf{F} \\ + & & \mathbf{G} & \mathbf{B} & \mathbf{H} & \mathbf{D} \\ \hline \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} & \end{array}$$

第 11 問

ある病気 V にかかっているかどうかの検査がある。検査結果には陽性と陰性があり、陽性の場合には V にかかっていることが強く疑われるが、稀に V にかかっている場合でも検査結果が陽性となることがある。逆に、稀に V にかかっている場合でも検査結果が陰性になる場合もある。ここで、 V にかかっている場合に検査結果が陽性となる確率を 0.9 、 V にかかっている場合でない場合に検査結果が陰性となる確率を 0.8 、そして、実際に V にかかっている人は 5 人に 1 人の割合でいるものとする。今ある人が検査を受けて、結果が陽性になった。この人が V にかかっている確率を求めよ。

第 12 問

n は任意の正の整数とする。 n^{100} を 10 進数で表したとき, 取り得る一の位の数字をすべて求めよ。

第 13 問

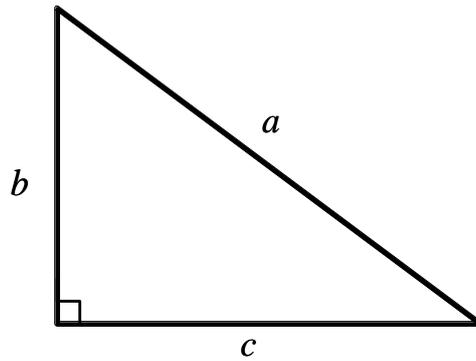
酸素原子の同位体には ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O の三種類があり, 各々の天然存在比(個数比)は 99.76%, 0.04%, 0.20%である。原子はランダムに結びつくものとして, 酸素分子のうち分子量 34 の酸素分子の存在割合は何%か算出せよ。

第 14 問

xy 平面上の曲線 $y = \log_e(1 - x^2)$ について、 $-0.5 \leq x \leq 0.5$ の部分の曲線の長さを求めよ。

第 15 問

斜辺の長さが a 、他の 2 辺の長さが b 、 c の直角三角形について、 b 、 c のどちらか一方は必ず偶数であることを証明せよ。ただし、 a 、 b 、 c は自然数である。



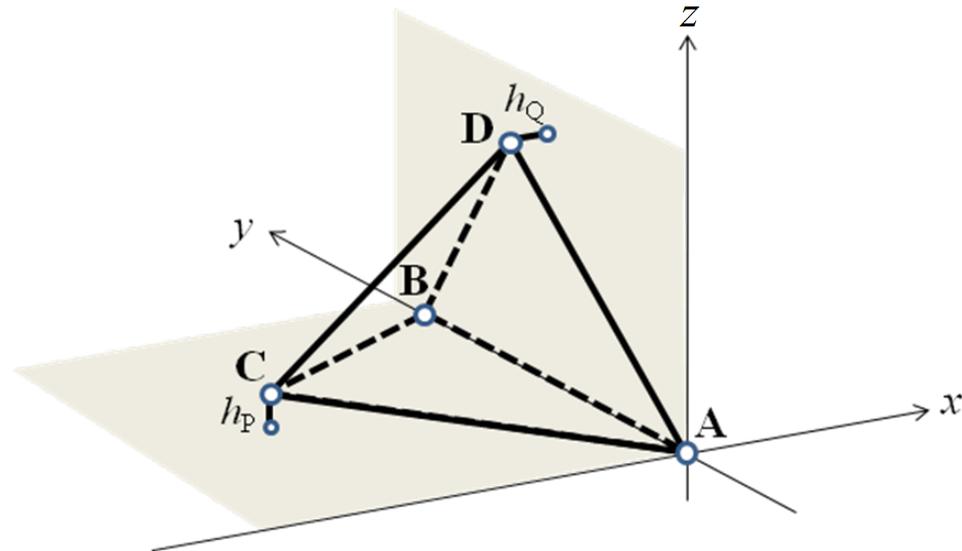
第 16 問

1 回 300 円で引けるくじ引きがある。くじには 1 から 4 のいずれかの番号が書かれていて、4 種類の景品のうち、番号に対応する景品と交換することができる。くじ引きを続けて、4 種類全ての景品を手に入れるまでにかかる費用の期待値を求めよ。ただし、くじは 1 から 4 の番号が等確率で出るものとし、これはくじを引き続けても変わらないものとする。

第 17 問

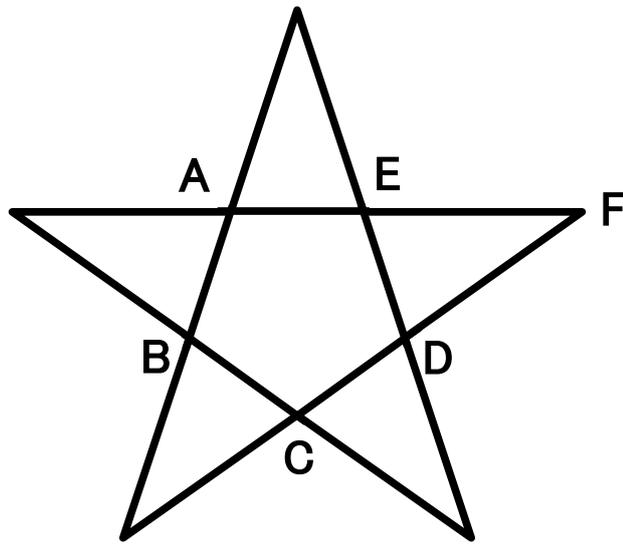
辺の長さ 1 の正四面体 $ABCD$ の辺 AB が図のように y 軸上にあるものとする。

頂点 C から xy 平面に下ろした垂線の足と頂点 C の距離を h_p , 頂点 D から yz 平面に下ろした垂線の足と頂点 D の距離を h_q とする。 $h_p = h_q$ のとき, h_p の長さを求めよ。



第 18 問

図に示すように、一辺の長さ 1 の正五角形 $ABCDE$ の各辺を延長して作った星形がある。直線 AE と CD の交点を F とするとき、線分 EF の長さを求めよ。



第 19 問

ある道路を渡るために、歩行者は 1～5 分の待ち時間を要する。待ち時間 x [分] の確率密度関数 $f(x)$ は、区間 $[1, 5]$ において、次式で与えられる。

$$f(x) = \frac{5}{4x^2}$$

歩行者がこの道路を渡るために 2 分以上待たされる確率を求めよ。

第 20 問

変数 x と y の間に次の関係式が成り立つ。 $x = 2$, $y = 1$ における微分係数 dy/dx を求めよ。

$$x^2 - 2xy + y^3 = 1$$