

第 1 問

直線 $y = x + 2$ と放物線 $y = x^2$ で囲まれた領域 D がある。

- (1) D の面積を求めよ。
- (2) D の重心を求めよ。

第2問

正の整数を次に示すように並べたとき、 $(I, J) = (101, 50)$ に入る数字は何か。

	$I=1$	2	3	4	•
$J=1$	1	2	9	10	•
2	4	3	8	11	•
3	5	6	7	12	•
4	16	15	14	13	•
•	•	•	•	•	•

第3問

3つの実数 $1, A, B$ ($A < B$) は、並べ方によって、等比数列にも等差数列にもなる。 A, B の組み合わせをすべて求めよ。

第4問

デカルト座標系における3点 $A(1, -2, 1)$, $B(3, 1, 7)$, $C(2, 0, 6)$ を通る円の中心座標を求めよ。

第5問

次の虫食い算のZに入る数字を求めよ。

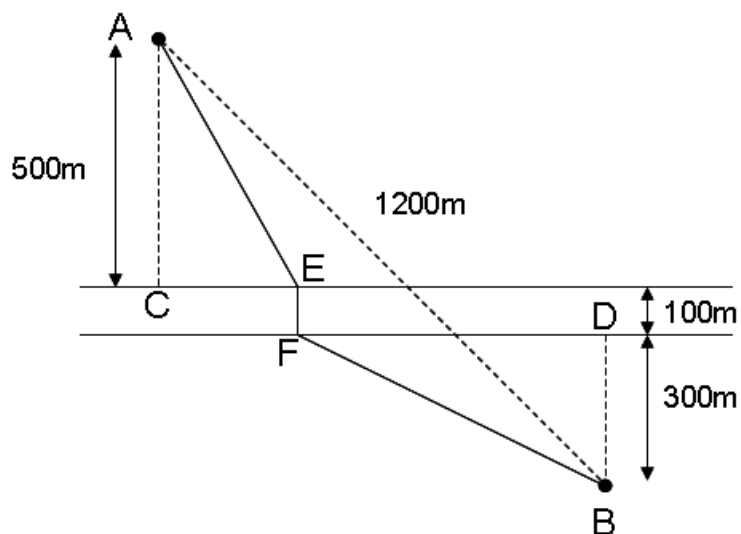
$$\begin{array}{r} \square \square \\ \times \square \square \\ \hline 2 \square \\ 6 \square \\ \hline 7 Z \square \end{array}$$

第 6 問

9 進法で表された 3 けたの数を 7 進法で表したところ、数字の並び方が逆の 3 けたの数になった。この数を 8 進法で表せ。

第7問

図に示すように、A地点とB地点の間に幅100mの川がある。A地点からC地点までの距離は500m、B地点からD地点までの距離は300m、A地点とB地点の間の距離は1200mである。この川に直交する橋EFを、経路AEFBが最短となるようにつくりたい。C地点からE地点までの距離を求めよ。



第8問

行列

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x & x & x \\ x & 1 & x & x \\ x & x & 1 & x \\ x & x & x & 1 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルを求めよ。ただし、 $x > 0$ とする。

第9問

微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2y^3 + 2y$$

をみたす関数 $y(x)$ を求めよ。ただし、境界条件は、 $y(0) = 0$, $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 1$ とする。

第 10 問

不等式

$$|x + y + z| + |-x + y + z| + |x - y + z| + |x + y - z| \leq 4$$

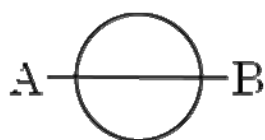
で表される立体の体積を求めよ。ただし、 x 、 y 、 z はデカルト座標を表す。

第 11 問

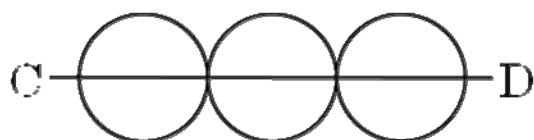
(1) 下の(a)の図形を，点 A を始点，点 B を終点として一筆書きする方法は何通りあるか。

(2) 下の(b)の図形を，点 C を始点，点 D を終点として一筆書きする方法は何通りあるか。

(a)



(b)



第 12 問

今日は 8 月 31 日である。日付の数字を連続させて正の整数をつくると、831 となる。

- (1) 831 を 2 個以上の連続する正の整数の和として表す方法は何通りあるか。
- (2) 2 個以上の連続する正の整数の和として表すことのできない数字をつくる日は 1 年に何日あるか。ただし、ない場合は 0 (ゼロ) 日とせよ。なお、1 月 1 日は 11 を、2 月 10 日は 210 を、10 月 1 日は 101 をつくる。たとえば、123 をつくる日付は 1 月 23 日と 12 月 3 日の 2 日あることに注意せよ。

第 13 問

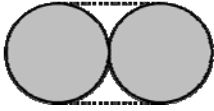
内面の半径 r ，内面の高さ h のふたのない円筒形容器に縁まで水が満たされている。この容器を角 α だけ傾けたとき，容器に残っている水の体積 $V(\alpha)$ を求めよ。ただし，底面が水面下にある場合のみを考えよ。

第 14 問

$I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$ とする。 I_4 および I_5 を求めよ。

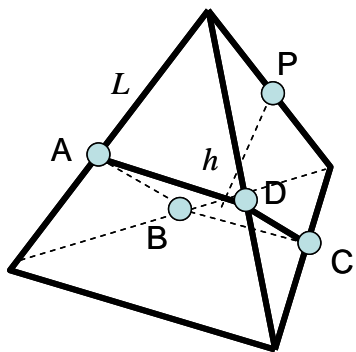
第 15 問

半径 r の円柱形の缶をひもで束ねることを考える。たとえば、2 個の缶をひもで束ねると、図に示すようになる。7 個の缶を束ねることができる最も短いひもの長さを求めよ。



第 16 問

図に示すように、一辺の長さ L の正四面体の辺の中点を 5 個用いて正四角錐 (P-ABCD) をつくる。この四角錐の底面 ABCD から頂点 P までの距離 h を、 L を用いて表せ。



第 17 問

$n^{321} - 1$ が 10 の整数倍となるような 1000 以下の正の整数 n の個数を求めよ。

第 18 問

ある町でタクシーが事故を起こした。町には A 社と B 社の二つのタクシー会社がある。シェアはそれぞれ 25%と 75%であり、1 台あたりの事故発生確率は等しい。町には正直者と嘘つきの二種類の人がいる。正直者は常に自分が正しいと思っていることを、嘘つきは常に自分が正しいと思っていることの逆をいう。正直者と嘘つきの割合はそれぞれ 70%と 30%である。一人の目撃者は A 社のタクシーが事故を起こしたと証言した。人が正しくタクシー会社を認識する確率を 80%とすると、この証言のもとで A 社のタクシーが事故を起した確率はいくらか。

第 19 問

複素数 z が

$$z^3 = -10 + 9\sqrt{3}i$$

をみたすとき、 $z\bar{z}$ と $z + \bar{z}$ を求めよ。ただし、 i は虚数単位、 \bar{z} は z の共役複素数とする。

第 20 問

箱 A には黒い玉が 4 つ，箱 B には白い玉が 4 つ入っている。それぞれの箱から同時かつ無作為に玉を 1 つ選び，入れ替える。この操作を 3 回繰り返した後，箱 A に白い玉が 2 つ入っている確率を求めよ。