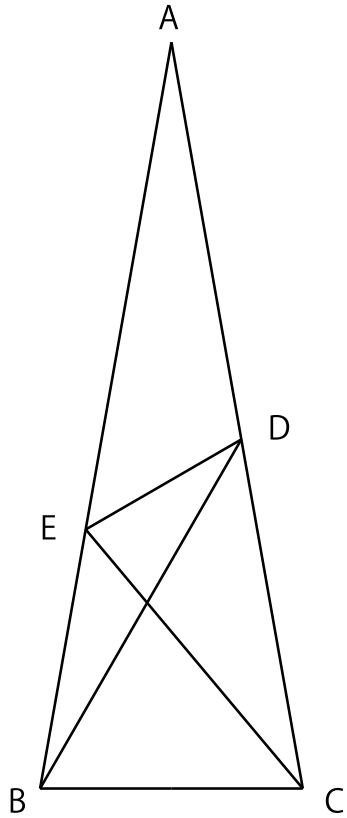




## 第1問

三角形  $ABC$  は二等辺三角形である。 $\angle BAC = 20^\circ$ ,  $\angle DBC = 60^\circ$ ,  $\angle ECB = 50^\circ$  であるとき,  
 $\angle EDB$  を求めよ。



## 第2問

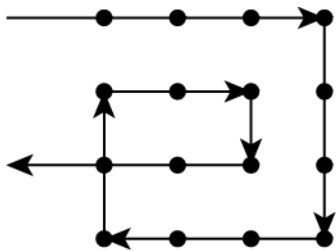
$2n - 2$ 本の直線を一筆書きで引いて、等間隔に並んだ  $n \times n$  ( $n > 2$ ) のすべての格子点を通す。

1.  $n = 3$  の解を、一筆書きの順路がわかるように示せ。
2.  $n = 5$  の解を、一筆書きの順路がわかるように示せ。

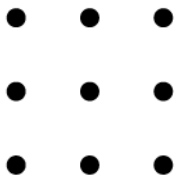
ただし、以下の条件を満たすこと。

- ・ 格子点を2回以上通ってもよい。
- ・ 直線が他の直線と交差してもよい。
- ・ すでに引いてある直線のいかなる区間も上書きしてはいけない。

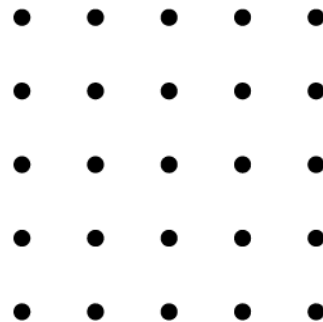
$n = 4$  のとき、6本の直線ではなく7本の直線で引いた不正解の例を、下図に示す。



解答用の点格子



$n = 3$



$n = 5$

### 第3問

$10^{0.30103} = 2$  であるとする。

(1)  $2^{100}$  は何桁の数か。

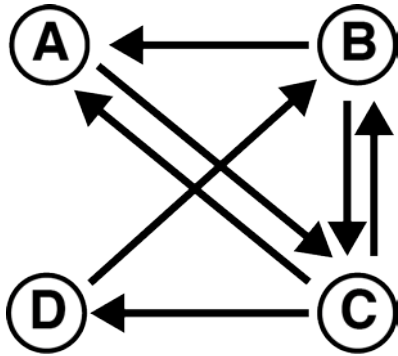
(2)  $0.00025^{100}$  は小数第何位に、はじめて 0 でない数字が現われるか。

## 第4問

デカルト座標系において、点  $P(2,1,0)$  を  $x$  軸まわりに  $\pi/3$  回転させた後、 $y$  軸まわりに  $\pi/4$  回転させた。回転には2つの向きがあるが、2回の回転とも、どの向きで回転させたのか不明である。点  $P$  の移動先として考えられる座標をすべて求めよ。

## 第5問

ある航空会社は、空港 A, B, C, D を下図のようにつなぐフライト網を所有している。空港 C を起点として、最大 4 回のフライトで、A, B, D の各空港に到達する順路の数をそれぞれ答えよ。ただし、何回でも各空港を経由することができる。また最終目的の空港を、経路の途中で経由してもよいこととする。



## 第6問

次式のように、9桁の自然数Aを8桁の自然数Bで割ると89となる。各□は0から9までの整数を表している。AとBを求めよ。ただし、□には同じ整数を何度用いてもよい。

$$\frac{A}{B} = \frac{\square\square 3 4 5 6 7 \square\square}{\square\square\square 1 2 \square\square\square} = 89$$

## 第7問

次の微分方程式を解け。

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2 y^3$$



## 第 8 問

行列

$$\begin{pmatrix} 1 & c & -1 & 2 \\ 2 & -1 & c & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

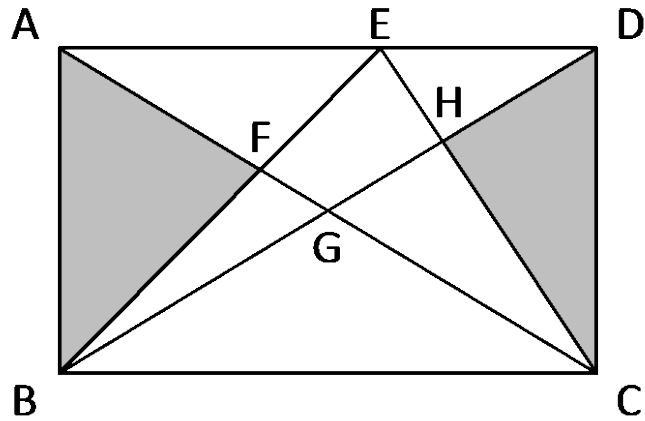
の階数が 2 となる  $c$  の値を求めよ。

## 第9問

$n$  人がそれぞれ異なる一つの情報を持っている。彼らは電子メールをやり取りすることで、情報を互いに共有したい。送信者は、電子メールを送信する時点における自分の知っている全ての情報を電子メールに書くことができるが、一つの電子メールは一人の受信者（宛先）にしか送れない。最初に各自が持っている情報を  $n$  人全員が共有するために、必要な最小の電子メールの送信数を求めよ。その際、どのように導出したのかも記述せよ。

### 第 10 問

辺  $AB$  の長さが  $6\text{ cm}$ 、辺  $BC$  の長さが  $9\text{ cm}$  の長方形  $ABCD$  において、三角形  $ABF$  と三角形  $CDH$  の面積の和が  $19\text{ cm}^2$  のとき、四角形  $EFGH$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。



## 第 11 問

曲面  $z = 2\sqrt{6 - x^2 - y^2}$  上の点  $(1, 1, 4)$  における接平面の方程式を求めよ。

## 第 12 問

$N$ が自然数で、 $100000 \leq N^2 \leq 2500000$ のとき、 $N^2$ の上3桁を取り出した数は、いくつあるか。ただし、100000と1002001のように、上3桁が同じ数の場合は、重複してかぞえない。

## 第 13 問

100 人の学生が 100 点満点のテストを受けた。

全学生の合計点が 4900 点だったとき、同じ点数を取った学生がいることを示せ。ただし、点数は非負の整数とする。

## 第 14 問

毎年、A 国ではその人口の  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) の割合の人が B 国に移り、B 国ではその人口の  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) の割合の人が A 国に移る。なお、人口の増減はこの移動のみによって起こり、A 国の人口と B 国の人口の和は常に一定であるとする。

- (1) ある時点で A 国の人口と B 国の人口はそれぞれ  $X_0$  と  $Y_0$  であった。その時点から 10 年後の A 国の人口を  $X_{10}$ ,  $Y_{10}$ ,  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて表せ。
- (2)  $\beta = 2\alpha$  のとき、無限年後における A 国と B 国の人口比率を求めよ。

## 第 15 問

多項式  $P(x)$  を  $x^3 + 2x^2 - 13x + 10$  で割ったときの余りが  $2x + 1$  であり、また、 $P(x)$  を  $x^3 + 4x^2 - 15x - 18$  で割ったときの余りが  $2x^2 - x - 4$  である。

このとき、 $P(x)$  を  $x^3 - 19x + 30$  で割ったときの余りを求めよ。



## 第 16 問

次の無限級数の収束・発散を根拠と共に答えよ。

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots$$

## 第 17 問

点  $A$ ,  $B$  はそれぞれ直線  $y = x$ ,  $y = 2x$  上にある。線分  $AB$  の長さが  $6$  であるとき、線分  $AB$  を  $2:1$  に内分する点  $P$  の軌跡を表す方程式を求めよ。

## 第 18 問

(1) 次の関係があるとき、Fa の値は何か。

$$Af = -5, CC = 6, pH = -8, Hg = 1, gk = -18$$

(2) 次の関係があるとき、 $12 \times 6$  の値は何か。

$$2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 11, 3 \times 3 = 12, 4 \times 5 = 26, 6 \times 5 = 42, 13 \times 14 = 215$$

## 第 19 問

ある町で、ガソリンスタンド A 店と B 店が競合している。販売されているガソリンは 1 種類だけで、その仕入れ価格は 60 [円/L] である。まず、A 店がガソリンを  $x_A$  [L] 仕入れ、B 店は  $x_A$  [L] を知った後に B 店の利益を最大化するようにガソリンを  $x_B$  [L] 仕入れる。ガソリンの販売価格  $P$  [円/L] は、以下の関係式によって決められ、仕入れたガソリンは全て売れるとする。

$$P = \begin{cases} 200 - \frac{x_A + x_B}{1000} & (x_A + x_B \leq 140000) \\ 60 & (x_A + x_B > 140000) \end{cases}$$

A 店の利益を最大化する  $x_A$  を求めよ。

## 第 20 問

9本の同じ長さのマッチ棒を用いて、同じ面積の正方形3つと、同じ面積の正三角形2つを同時に有する図形を示せ。