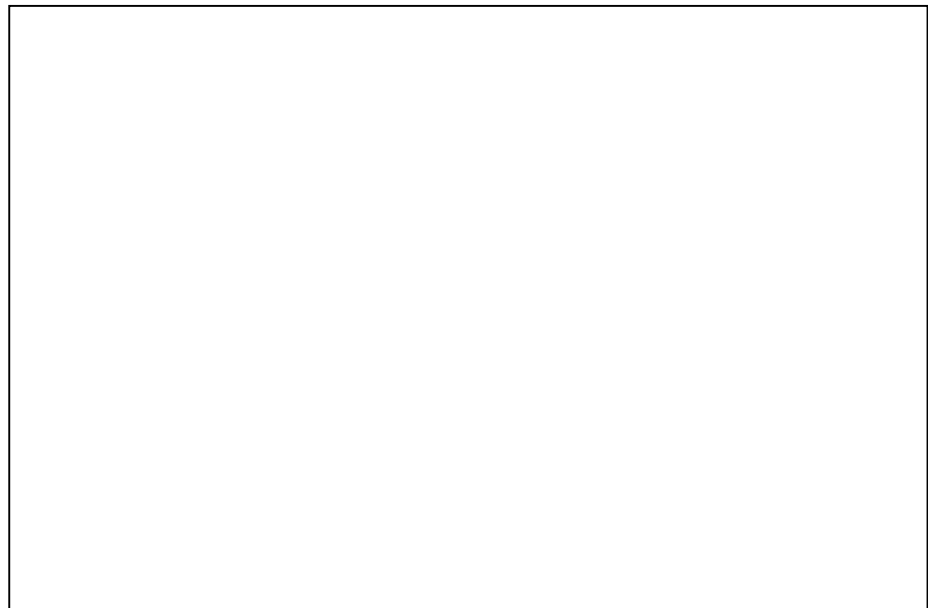


第1問

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

とするとき、次の行列 A に対して、 A^n を求めよ。ただし、 n は正の整数、 i は虚数単位とする。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix}$$



第2問

9つの文字 AAAABBBCCC を横一列に無作為に並べるとき、AABCCCBAA のように左右対称な配列となる確率を求めよ。



第3問

関係式

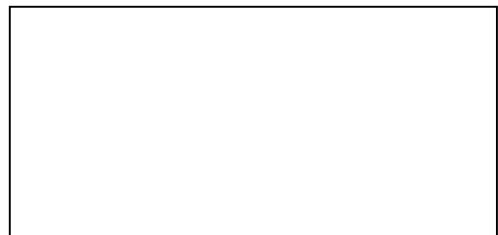
$$lmn = 2l + m + n, \quad l \geq m \geq n$$

を満たす正の整数 (l, m, n) の組を全て求めよ。



第4問

箱X，箱Yには，それぞれに黒玉が1個，白玉が3個，合計4個ずつ入っている。1回の試行で玉1個を無作為に選び交換する。 N 回の試行後に，最初と同じ状態になっている確率を求めよ。



第5問

半径 r の球を考える。これが x - y 平面 ($z = 0$) と交わる円の半径を a , y - z 平面 ($x = 0$) と交わる円の半径を b , z - x 平面 ($y = 0$) と交わる円の半径を c とするとき、座標の原点と球の中心との距離を求めよ。



第 6 問

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

を求めよ。



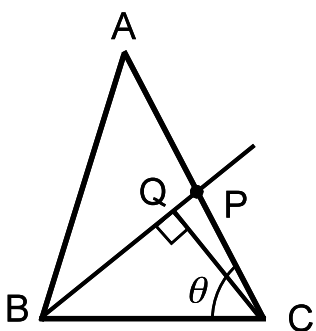
第7問

半無限区間 $0 \leq x < +\infty$ において関数 e^{-x} と関数 $e^{-x} \sin x$ に挟まれる領域の面積を求めよ。



第 8 問

辺 AC の長さが 4, 辺 BC の長さが 3 の三角形 ABC を考え, $\angle ACB = \theta$, $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ とおく。辺 AC の中点を P とし, 点 C から直線 BP に垂線 CQ を引くとき, \overrightarrow{CQ} を θ と \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。



第9問

Fig. 1 に示すベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて, Fig. 2 のような平行六面体 V_1 を作る。
 この平行六面体の各面の中心と 2 頂点を用いて, Fig. 3 のような六面体 V_2 を平行六面体 V_1 の内部に作る。
 $\vec{a} = (3, 1, 0)$, $\vec{b} = (2, 3, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 3)$ とするとき,
 V_2 の体積を計算せよ。

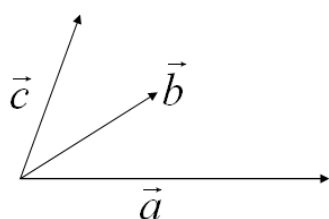


Fig. 1

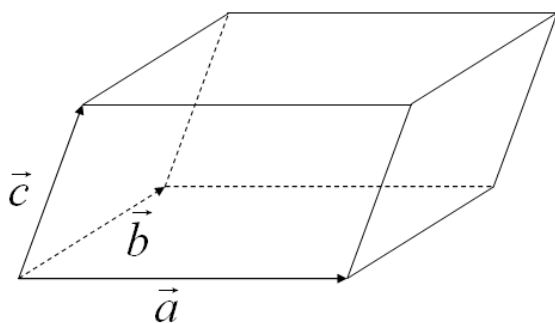


Fig. 2

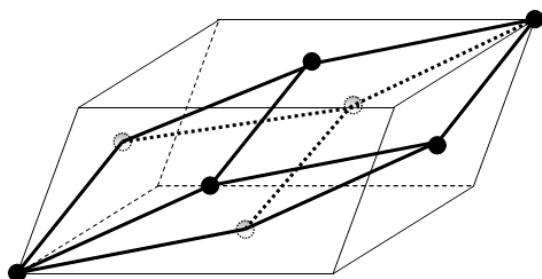
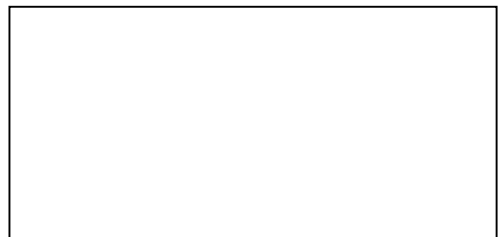


Fig. 3



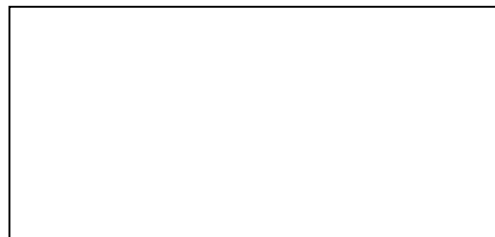
第 10 問

球面 $S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ と球面 $S_2: x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 2z + 1 = 0$ が交わる円の面積を求めよ。



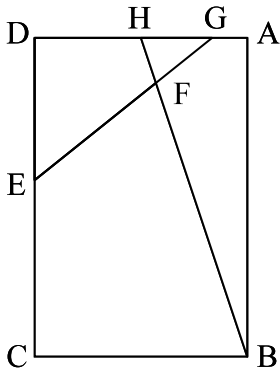
第 11 問

点 P は円: $x^2 + y^2 = 1$ の周上の任意の位置をランダムに占めることができるものとする。今、変数 X は、点 P と点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ の距離を表すものとする。変数 X の平均値を求めよ。



第 12 問

図に示す長方形 $ABCD$ 中の四角形 $EFBC$ の面積を求めよ。ただし、辺の長さは、 $AG = 1$, $GH = 2$, $HD = 3$, $DE = 4$, $EC = 5$ である。



第 13 問

図の 4×4 のマス目に 1 から 16 の数字を、縦、横、対角線の和がすべて同じになるように置く。このとき、A、B を求めよ。

4		15	B
5	11		
	7		12
A			13



第 14 問

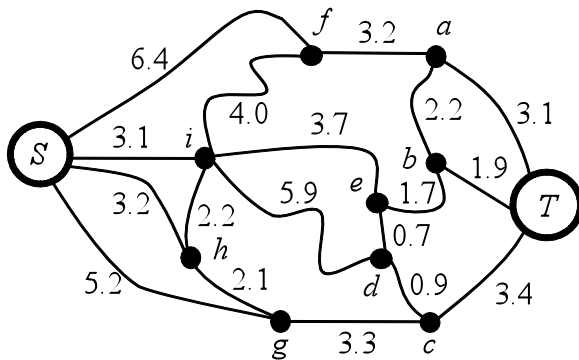
$$(\sqrt{3}i - 1)^0 + (-\sqrt{3}i - 1)^0$$

を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。



第 15 問

下図のグラフにおいて、 S と T の間の最短経路を求めよ。ただし、枝の傍の数字は対応する枝の長さを示している。



第 16 問

次の虫食い算の A に入る数字を求めよ。

$$\begin{array}{r} \square\square \\ \times \square\square 8 \\ \hline \square\square\square \\ 00 \\ \square\square \\ \hline 1\square 6 A\square \end{array}$$

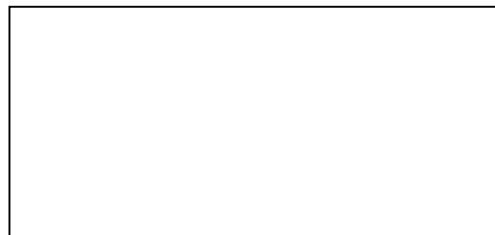
第17問

P と Q を以下のように決める。 P と Q は収束するものとする。

$$P = \sqrt{2+3\sqrt{2+3\sqrt{2+3\sqrt{2+\cdots}}}}$$

$$Q = a + \frac{2}{a + \frac{2}{a + \frac{2}{a + \cdots}}}$$

$P=Q$ となるとき、 a の値を求めよ。ただし、 $a>0$ とする。



第 18 問

分数において、分子に 4 個の数字の掛け算を、分母に 3 個の数字の掛け算をおこなない、その結果が 1 になるとする。

$$\frac{\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square}{\square \cdot \square \cdot \square} = 1$$

このとき、分子と分母に 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 の 7 個の数字を 1 回だけ使うことを考える。この場合の 4 個と 3 個の組み合わせについて全て求めよ。



第 19 問

1 から 1000 までの自然数のうち 3 の倍数もしくは 3 がつく数はいくつあるか。



第 20 問

次の 2 つの例は、あるルールに基づいて作られた暗号である。

(49, 75, 113, 126, 129): key 37 = labor

(71, 45, 53, 67, 112, 82): key 31 = invest

このルールに基づくと、以下の暗号は何と読むことができるか？

(106, 112, 77, 107, 92, 71): key 29 = ???

